

COSMOCONCE Y PARTÍCULAS 2025

Gravitación, Cosmología y Partículas Elementales

Evolución cósmica tardía en gravedad Unimodular: singularidades futuras

Norman Cruz^{2,3}, Samuel Lepe⁴, Guillermo Palma^{1,2}, Miguel Cruz⁴

¹Universidad de Santiago de Chile

²CIRAS, USACH

³Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (asociado)

⁴Universidad Veracruzana, México

7 de noviembre, 2025. **Proyecto Fondecyt N° 1250969**

Contenido

- 1 Introducción
- 2 Marco Teórico
- 3 Termodinámica
- 4 Singularidades Cosmológicas
- 5 Fluidos Fantasma
- 6 Conclusiones

Motivación

- **Energía oscura y data : EoS phantom:** $\rho > 0$, EoS $\gamma < 0$; **EoS variable:** $\gamma(z)$ *Dark Energy Spectroscopic Instrument (DESI)*[1-4]
- **Desafíos de Λ CDM:** i) El problema de la constante cosmológica ii) naturaleza de la energía oscura y singularidades futuras
- **Gravedad Unimodular (UG)** : formulación alternativa para enfrentar i) y ii)
- **Termodinámica en UG** : evolución cósmica no adiabática:

1 D. Bousis and L. Perivolaropoulos, Phys. Rev. D, 110, 10, 103546, 2024.

2 Y. Yang et al, Science Bulletin, vol. 69, no. 17, 2698–2704, 2024.

3 W. Giarè et al, Phys. Rev. Lett., vol. 133, no. 25, p. 251003, 2024.

4 E. Ó. Colgáin, M. G. Dainotti, S. Capozziello, S. Pourojaghi, M. Sheikh-Jabbari, and D. Stojković, arXiv: 2404.08633, 2024

Gravedad Unimodular

Restricción fundamental

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g}[R + \lambda(x)(1 - \zeta(x)/\sqrt{-g})]$$

, siendo $\zeta(x)$ densidad escalar que rompe difeomorfismos restringiendolos a aquellos que preservan el volumen.

Ventajas teóricas:

- La constante cosmológica aparece como constante de integración
- Marco adecuado para reconciliar gravitación con no conservación del momento que ocurre en el colapso cuántico y la discretización de la gravedad cuántica

Ecuaciones de Campo

Las ecuaciones de campo para UG son:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}R = T_{\mu\nu} - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}T$$

El multiplicador de Lagrange satisface:

$$\lambda(x) = \Lambda + Q$$

donde:

- Λ : constante de integración (constante cosmológica)
- $Q(x)$: función de difusión que cuantifica la violación de conservación de $T_{\mu\nu}$

Ecuaciones de Friedmann en UG

Para un espaciotiempo FLRW plano:

$$3H^2 = \kappa \sum_i (\rho_i + Q_i) + \Lambda$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -\kappa \sum_i (p_i - Q_i) + \Lambda$$

Ecuación de continuidad no-homogénea:

$$\dot{\rho}_i + 3H(\rho_i + p_i) = -\dot{Q}_i, \quad p = (\gamma - 1)\rho$$

$$Q = \alpha\rho$$

Cosmología

[1] C. Corral, N. Cruz, and E. González, Phys. Rev. D, 102, 023508, 2020. [2] García-Aspeitia, Miguel A., et al, Phys. Rev. D, vol. 99, p. 123525. 2019 [3] F. X. Linares Cedeño and U. Nucamendi, Phys. Dark Univ., 32, 100807, 2021.

Parámetro de Estado Efectivo

La ecuación de continuidad puede reescribirse en terminos del reshift z como:

$$\frac{d\rho}{dz} - \frac{3}{1+z} \left[\left(\gamma - \frac{1+z}{3\rho} \frac{dQ}{dz} \right) \rho \right] = 0$$

, con el parámetro de estado efectivo:

$$\gamma_{eff} = \gamma - \frac{1+z}{3\rho} \frac{dQ}{dz}$$

Consecuencia

$$Q(z) \neq cte \Rightarrow \gamma_{eff}(z)$$

, i.e., EoS **variable**. La segunda ley de la termodinámica implica contribución negativa a la presión.

Condiciones Termodinámicas

La ecuación de Gibbs en cosmología:

$$TdS = dU + pdV$$

puede escribirse en términos de Q :

$$T \frac{dS}{dz} = -V \frac{dQ}{dz}$$

$$Q(z) = 0 \Rightarrow \Lambda\text{CDM} \Rightarrow S = \text{cte}$$

Expansión ADIABATICA en modelos con fluidos perfectos.

Segunda Ley de la Termodinámica

NO ADIABATICIDAD EN UG. Para producción positiva de entropía:

$$\frac{dS}{dz} < 0 \Rightarrow \frac{dQ}{dz} > 0 \quad [4]$$

[4] M. Cruz, N. Cruz, and S. Lepe, The European Physical Journal C, 84, 1186, 2024.

Ansatz para la Función de Difusión

Proponemos:

$$Q(z) = Q_0(1+z)^\beta$$

Condición $dQ/dz > 0$ genera 2 escenarios:

$$i) \quad Q_0 > 0, \beta > 0 \quad ii) \quad Q_0 < 0; \beta < 0 \quad Q_0 \beta > 0$$

Densidad de energía resultante:

$$\rho(z) = \rho_0(1+z)^{3(1+\omega)} \left[1 + \frac{\beta\Gamma}{\beta - 3(1+\omega)} \left(1 - (1+z)^{\beta-3(1+\omega)} \right) \right]$$

donde $\Gamma := Q_0/\rho_0$. $\rho(z) \geq 0 \quad \forall z \Rightarrow \quad \beta, \gamma \text{ constraints,}$

Clasificación de Singularidades

- **Tipo 0A (Big Bang):** $t \rightarrow 0, a \rightarrow 0, \rho \rightarrow \infty, |p| \rightarrow \infty$
- **Tipo 0B (Big Crunch):** $t \rightarrow t_s, a \rightarrow 0, \rho \rightarrow \infty, |p| \rightarrow \infty$
- **Tipo I (Big Rip):** $t \rightarrow t_s, a \rightarrow \infty, \rho \rightarrow \infty, |p| \rightarrow \infty$
- **Tipo I_f (Little Rip):** $t \rightarrow \infty, a \rightarrow \infty, \rho \rightarrow \infty, |p| \rightarrow \infty$
- **Tipo II (Sudden):** $t \rightarrow t_s, a \rightarrow a_s, \rho \rightarrow \rho_s, |p| \rightarrow \infty$
- **Tipo III (Big Freeze):** $t \rightarrow t_s, a \rightarrow a_s, \rho \rightarrow \infty, |p| \rightarrow \infty$
- **Tipo IV:** $t \rightarrow t_s, a \rightarrow a_s, \rho \rightarrow 0, |p| \rightarrow 0$

Parámetro de Hubble

En términos del factor de escala:

$$H(a) = \sqrt{Aa^{-3\gamma} + Ba^{-\beta} + \Lambda/3}$$

con:

$$A = \frac{\rho_0}{3} \left(1 - \frac{\beta Q_0 / \rho_0}{3\gamma - \beta} \right), \quad B = \frac{\gamma Q_0}{3\gamma - \beta}$$

Restricción termodinámica

$$\beta Q_0 > 0$$

Esta condición excluye la región $\beta > 3\gamma > 0$ como físicamente admisible

Caso $\Lambda > 0$: Sin Big Rip para $\gamma > 0$

LITTLE RIP Para $\gamma > 0$ y $0 < \beta < 3\gamma$:

$$t - t_* \approx \frac{1}{\nu \sqrt{\Lambda/3}} \ln \left[\frac{\sqrt{\Lambda/3} + Ca^{-\nu} + \sqrt{\Lambda/3}}{\sqrt{\Lambda/3} + Ca^{-\nu} - \sqrt{\Lambda/3}} \right]$$

donde $\nu = \min\{3\gamma, \beta\}$

Conclusión

No existe un Big Rip inducido únicamente por la función de difusión Q en esta región de parámetros. *Little Rip sin phantom matter*

Caso $\Lambda < 0$: Big Crunch

Para $\Lambda < 0$, se obtienen soluciones de rebote.

Punto de retorno aproximado:

$$a'_{\text{tp}} \approx \left(\frac{3A}{|\Lambda|} \right)^{1/3\gamma}$$

Solución de rebote:

$$a'(t) \approx \left[\frac{3A}{|\Lambda|} \sin^2 \left(\frac{\sqrt{3|\Lambda|\gamma}t}{2} \right) \right]^{1/3\gamma}$$

Tiempo del Big Crunch:

$$t'_{\text{BC}} \approx \frac{2\pi}{\sqrt{3|\Lambda|\gamma}}$$

Big Rip con $\Lambda > 0$ y $\gamma < 0$ Phantom fluids

Región físicamente admisible:

$$\beta < 3\gamma < 0, \quad Q_0 < 0$$

Tiempo del Big Rip (primer orden):

$$t_{\text{BR}}^{(1)} - t_0 \approx \frac{2}{|\beta|\sqrt{B}}$$

Segundo orden:

$$t_{\text{BR}}^{(2)} - t_0 \approx \frac{2}{|\beta|\sqrt{B}} \left(1 - \frac{B/12A}{1/2 - \gamma/\beta} \right)$$

Resultado principal

En toda la región $\beta < 3\gamma < 0$ surgen singularidades de tipo Big Rip

Caso Analítico: $3\gamma = -1$, $\beta = -2$

Factor de escala explícito:

$$a(t) = \frac{A}{\left[\sqrt{A+B} - \frac{A(t-t_0)}{2} \right]^2 - B}$$

Tiempo del Big Rip:

$$t_{\text{BR}} - t_0 = 2 \frac{\sqrt{A+B} - \sqrt{B}}{A}$$

En términos de densidades adimensionales:

$$t_{\text{BR}} = t_0 + \frac{1}{H_0} \frac{\sqrt{\Omega_{0m} - \Omega_{0Q}} - \sqrt{\Omega_{0Q}}}{\Omega_{0m} - \Omega_{0Q}}$$

Divergencias en t_{BR}

Parámetro de Hubble:

$$H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{A \left[\sqrt{A+B} - \frac{A}{2}(t-t_0) \right]}{\left[\sqrt{A+B} - \frac{A}{2}(t-t_0) \right]^2 - B}$$

Derivada temporal:

$$\dot{H} = \frac{A^2 \left[\left(\sqrt{A+B} - \frac{A}{2}(t-t_0) \right)^2 + B \right]}{2 \left[\left(\sqrt{A+B} - \frac{A}{2}(t-t_0) \right)^2 - B \right]^2}$$

En $t = t_{\text{BR}}$

Tanto H como $\dot{H}$ divergen, confirmando la singularidad tipo Big Rip

Otros Casos Analíticos

Caso $3\gamma = -2$, $\beta = -3$:

Solución implícita:

$$-\frac{\sqrt{A + Ba(t)}}{A \cdot a(t)} + \frac{B}{2A^{3/2}} \ln \frac{\sqrt{A + Ba(t)} - \sqrt{A}}{\sqrt{A + Ba(t)} + \sqrt{A}} = (t - t_0) - C$$

Cuando $a(t) \rightarrow \infty$, el lado derecho tiende a cero para un tiempo finito futuro $(t - t_0) = C$

En este tiempo, tanto ρ como H también divergen

Resultados y futuros desarrollos

- 1 $\frac{dS}{dz} < 0$ y $\rho(z) \geq 0 \quad \forall z \Rightarrow \beta, \gamma$ *constraints* ,
- 2 Singularidad tipo LITTLE RIP sin Phantom fluid
- 3 $\Lambda < 0$, da lugar a soluciones Big Crunch
- 4 Para fluidos fantasma ($\gamma < 0$) en la región $\beta < 3\gamma < 0$, surgen **singularidades tipo Big Rip**
- 5 Termodinámica con la segunda ley generalizada
- 6 Otras elecciones de Q y $\gamma(z)$ parametrizadas

¡Gracias por su atención!