Acciones Chern-Simons de Supergravedad para álgebras de Maxwell y $(A)dS$-Lorentz en $D=3$

Octavio Fierro Mondaca
Departamento de Ciencias Físicas
Facultad de Ciencias Exactas
Universidad Andrés Bello.

IV COSMOCONCE

UNIVERSIDAD ANDRES BELLO

Contenidos

Contenidos

Contenidos

Contenidos

La constante cosmológica y la expansión del universo.

Las ecuaciones de campo de Einstein con constante cosmológica vienen dadas por

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \ .$$

La constante cosmológica y la expansión del universo.

Las ecuaciones de campo de Einstein con constante cosmológica vienen dadas por

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} \ .$$

La constante cosmológica y la expansión del universo.

Las ecuaciones de campo de Einstein con constante cosmológica vienen dadas por

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} \ .$$

Las cuales en el límite de campo débil para una masa esférica M se obtiene

$$\vec{g} = -\vec{\nabla}\phi = -\frac{GM}{r^2}\hat{r} + \frac{\Lambda c^2 r}{3}\hat{r}$$

La constante cosmológica y la expansión del universo.

Por otro lado se tiene que al considerar para un fluido perfecto

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + p/c^2\right) u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu} \ ,$$

presión negativa de la forma $p = -\rho c^2$ $(w = -1)$

La constante cosmológica y la expansión del universo.

Por otro lado se tiene que al considerar para un fluido perfecto

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + p/c^2\right) u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu} \ ,$$

presión negativa de la forma $p = -\rho c^2$ $(w = -1)$
se obtiene

$$T^{\mu\nu} = -p g^{\mu\nu} = \rho c^2 g^{\mu\nu} \ ,$$

el cual al depender solamente de la métrica se puede considerar como una *propiedad netamente del vacío*.

La constante cosmológica y la expansión del universo.

Por otro lado se tiene que al considerar para un fluido perfecto

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + p/c^2\right) u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu} \ ,$$

presión negativa de la forma $p = -\rho c^2$ $(w = -1)$

se obtiene

$$T^{\mu\nu} = -p g^{\mu\nu} = \rho c^2 g^{\mu\nu} \ ,$$

el cual al depender solamente de la métrica se puede considerar como una *propiedad netamente del vacío*.

Resulta natural relacionar esta densidad de energía con la constante cosmológica

$$\rho c^2 = \frac{\Lambda}{\kappa}$$

La constante cosmológica y la expansión del universo.

Por otro lado se tiene que al considerar para un fluido perfecto

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + p/c^2\right) u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu} \ ,$$

presión negativa de la forma $p = -\rho c^2$ $(w = -1)$ se obtiene

$$T^{\mu\nu} = -p g^{\mu\nu} = \rho c^2 g^{\mu\nu} \ ,$$

el cual al depender solamente de la métrica se puede considerar como una *propiedad netamente del vacío*.

Resulta natural relacionar esta densidad de energía con la constante cosmológica

$$\rho_{vacio} c^2 = \frac{\Lambda}{\kappa}$$

La constante cosmológica y la expansión del universo.

La constante cosmológica aparece como el candidato más simple para representar la energía oscura. Sin embargo teoría y las mediciones cosmológicas poseen una enorme diferencia de ordenes de magnitud para su valor.

La constante cosmológica y la expansión del universo.

La constante cosmológica aparece como el candidato más simple para representar la energía oscura. Sin embargo teoría y las mediciones cosmológicas poseen una enorme diferencia de ordenes de magnitud para su valor.

En el esquema geométrico que conduce a gravitación el término de la constante cosmológica aparece al *gaugear* el álgebra $(A)dS$. El término es consecuencia de la relación no conmutativa de los generadores P_a

$$[P_a, P_b] = J_{ab}$$

La constante cosmológica y la expansión del universo.

La constante cosmológica aparece como el candidato más simple para representar la energía oscura. Sin embargo teoría y las mediciones cosmológicas poseen una enorme diferencia de ordenes de magnitud para su valor.

En el esquema geométrico que conduce a gravitación el término de la constante cosmológica aparece al *gaugear* el álgebra $(A)dS$. El término es consecuencia de la relación no conmutativa de los generadores P_a

$$[P_a, P_b] = J_{ab}$$

Una relación similar entre los generadores P_a conforma parte de las álgebras de Maxwell y $(A)dS$-Lorentz. Estas álgebras ofrecen un esquema geométrico alternativo para abordar el problema de la constante cosmológica.

Álgebra de Poincaré

$$
\begin{aligned}
[\boldsymbol{J}_{ab}, \boldsymbol{J}_{cd}] &= \eta_{ad}\boldsymbol{J}_{bc} + \eta_{bc}\boldsymbol{J}_{ad} - \eta_{ac}\boldsymbol{J}_{bd} - \eta_{bd}\boldsymbol{J}_{ac} \\
[\boldsymbol{J}_{ab}, \boldsymbol{P}_{c}] &= \eta_{bc}\boldsymbol{P}_{a} - \eta_{ac}\boldsymbol{P}_{b} \ , \\
[\boldsymbol{P}_{a}, \boldsymbol{P}_{b}] &= 0 \ .
\end{aligned}
$$

Álgebra de Poincaré → Álgebra de Maxwell

$$
\begin{aligned}
[J_{ab}, J_{cd}] &= \eta_{ad} J_{bc} + \eta_{bc} J_{ad} - \eta_{ac} J_{bd} - \eta_{bd} J_{ac} \ , \\
[J_{ab}, P_{c}] &= \eta_{bc} P_{a} - \eta_{ac} P_{b} \ , \\
[P_{a}, P_{b}] &= Z_{ab} \ , \\
[J_{ab}, Z_{cd}] &= \eta_{ad} Z_{bc} + \eta_{bc} Z_{ad} - \eta_{ac} Z_{bd} - \eta_{bd} Z_{ac} \ , \\
[Z_{ab}, P_{c}] &= 0 \ , \\
[Z_{ab}, Z_{cd}] &= 0 \ .
\end{aligned}
$$

Álgebra de Poincaré $\rightarrow$ Álgebra de Maxwell $\rightarrow$ Álgebra AdS-Lorentz

$$
\begin{aligned}
[\boldsymbol{J}_{ab}, \boldsymbol{J}_{cd}] &= \eta_{ad}\boldsymbol{J}_{bc} + \eta_{bc}\boldsymbol{J}_{ad} - \eta_{ac}\boldsymbol{J}_{bd} - \eta_{bd}\boldsymbol{J}_{ac} \\
[\boldsymbol{J}_{ab}, \boldsymbol{P}_{c}] &= \eta_{bc}\boldsymbol{P}_{a} - \eta_{ac}\boldsymbol{P}_{b} \ , \\
[\boldsymbol{P}_{a}, \boldsymbol{P}_{b}] &= \boldsymbol{Z}_{ab} \ , \\
[\boldsymbol{J}_{ab}, \boldsymbol{Z}_{cd}] &= \eta_{ad}\boldsymbol{Z}_{bc} + \eta_{bc}\boldsymbol{Z}_{ad} - \eta_{ac}\boldsymbol{Z}_{bd} - \eta_{bd}\boldsymbol{Z}_{ac} \ , \\
[\boldsymbol{Z}_{ab}, \boldsymbol{P}_{c}] &= \eta_{bc}\boldsymbol{P}_{a} - \eta_{ac}\boldsymbol{P}_{b} \ , \\
[\boldsymbol{Z}_{ab}, \boldsymbol{Z}_{cd}] &= \eta_{ad}\boldsymbol{Z}_{bc} + \eta_{bc}\boldsymbol{Z}_{ad} - \eta_{ac}\boldsymbol{Z}_{bd} - \eta_{bd}\boldsymbol{Z}_{ac} \ .
\end{aligned}
$$

El álgebra AdS-Lorentz es una extensión semisimple del álgebra de Poincaré ($SSEP$) vía el generador tensorial Z_{ab}. El nombre de esta álgebra adquiere mayor sentido bajo el siguiente cambio de base:

Generadores de $\mathfrak{so}\,(D-1,2)$

$$L_{AB} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{ab} & \boldsymbol{L}_{a,D} \\ \boldsymbol{L}_{D,a} & \boldsymbol{L}_{D,D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c}{4a^2}\boldsymbol{Z}_{ab} & \frac{1}{2a}\boldsymbol{P}_a \\ -\frac{1}{2a}\boldsymbol{P}_a & 0 \end{bmatrix}$$

Generadores de $\mathfrak{so}\,(D-1,1)$

$$\boldsymbol{N}_{ab} = \boldsymbol{J}_{ab} - \frac{c}{4a^2}\boldsymbol{Z}_{ab}$$

AdS-Lorentz$_{(e)}$

$$\begin{aligned}
[\boldsymbol{N}_{ab}, \boldsymbol{N}_{cd}] &= \eta_{ad}\boldsymbol{N}_{bc} + \eta_{bc}\boldsymbol{N}_{ad} - \eta_{ac}\boldsymbol{N}_{bd} - \eta_{bd}\boldsymbol{N}_{ac}, \\
[\boldsymbol{L}_{AB}, \boldsymbol{L}_{CD}] &= \eta_{AD}\boldsymbol{L}_{BC} + \eta_{BC}\boldsymbol{L}_{AD} - \eta_{AC}\boldsymbol{L}_{BD} - \eta_{BD}\boldsymbol{L}_{AC}, \\
[\boldsymbol{N}_{ab}, \boldsymbol{L}_{CD}] &= 0.
\end{aligned}$$

Álgebra de Maxwell a partir del álgebra AdS

$$S_E^{(2)} = \{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} = S_0 \cup S_1$$

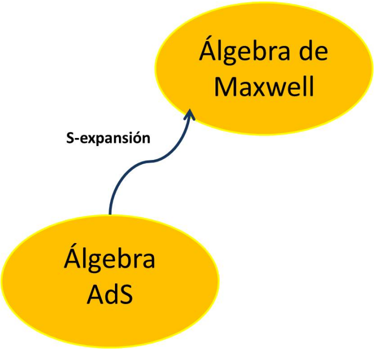
	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3
λ_0	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3
λ_1	λ_1	λ_2	λ_3	λ_3
λ_2	λ_2	λ_3	λ_3	λ_3
λ_3	λ_3	λ_3	λ_3	λ_3

$$\bigotimes$$

$$\mathfrak{so}\,(D-1,2) = \{\bar{J}_{ab}\} \oplus \{\bar{P}_a\} = V_0 \oplus V_1$$

$$[\bar{P}_a, \bar{P}_b] = \bar{J}_{ab} \ ,$$
$$[\bar{J}_{ab}, \bar{P}_c] = \eta_{cb}\bar{P}_a - \eta_{ca}\bar{P}_b \ ,$$
$$[\bar{J}_{ab}, \bar{J}_{cd}] = \eta_{ad}\bar{J}_{bc} + \eta_{bc}\bar{J}_{ad} - \eta_{ac}\bar{J}_{bd} - \eta_{bd}\bar{J}_{ac} \ ,.$$

Álgebra de Maxwell vía S-expansión de AdS



Lagrangeano para el álgebra de Maxwell en $D = 3$

Conexión para el álgebra de Maxwell en $D = 3$

$$A = \frac{1}{l} e^a P_a + \frac{1}{2} \omega^{ab} J_{ab} + \frac{1}{2} k^{ab} Z_{ab}$$

Lagrangeano CS para el álgebra de Maxwell en $D = 3$

$$L_{CS}^{2+1} = \frac{\beta_0}{l} \epsilon_{abc} R^{ab} e^c + \alpha_0 \left(k^a{}_b R^b{}_a + \frac{1}{l^2} e^a T_a \right) + \frac{\alpha_1}{2} \left(\omega^a{}_b d\omega^b{}_a + \frac{2}{3} \omega^a{}_b \omega^b{}_c \omega^c{}_a \right)$$

donde

$$R^{ab} = d\omega^{ab} + \omega^a{}_d \omega^{db} \ ,$$

$$T^a = de_a + \omega_a{}^b e_b \ .$$

Álgebra AdS-Lorentz a partir del álgebra AdS

$$S_{S3} = \{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} = S_0 \cup S_1$$

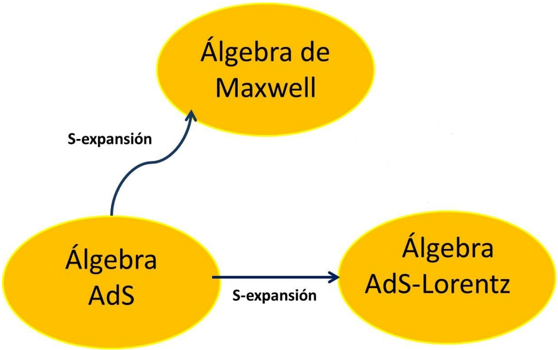
	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3
λ_0	λ_2	λ_3	λ_0	λ_3
λ_1	λ_3	λ_1	λ_3	λ_3
λ_2	λ_0	λ_3	λ_2	λ_3
λ_3	λ_3	λ_3	λ_3	λ_3

$$\bigotimes$$

$$\mathfrak{so}\,(D-1,2) = \{\bar{\boldsymbol{J}}_{ab}\} \oplus \{\bar{\boldsymbol{P}}_a\} = V_0 \oplus V_1$$

$$\begin{aligned}
[\bar{\boldsymbol{P}}_a, \bar{\boldsymbol{P}}_b] &= \bar{\boldsymbol{J}}_{ab} \ , \\
[\bar{\boldsymbol{J}}_{ab}, \bar{\boldsymbol{P}}_c] &= \eta_{cb}\bar{\boldsymbol{P}}_a - \eta_{ca}\bar{\boldsymbol{P}}_b \ , \\
[\bar{\boldsymbol{J}}_{ab}, \bar{\boldsymbol{J}}_{cd}] &= \eta_{ad}\bar{\boldsymbol{J}}_{bc} + \eta_{bc}\bar{\boldsymbol{J}}_{ad} - \eta_{ac}\bar{\boldsymbol{J}}_{bd} - \eta_{bd}\bar{\boldsymbol{J}}_{ac} \ ,.
\end{aligned}$$

Conexiones por S-expansión



Contracción I-W del álgebra AdS-Lorentz a la de Maxwell

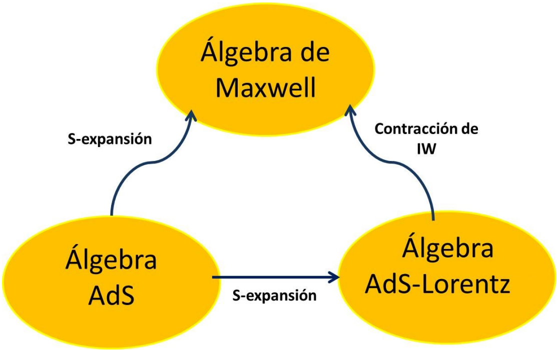
$$\boldsymbol{J}_{ab} \rightarrow \boldsymbol{J}_{ab} \ .$$

$$\boldsymbol{Z}_{ab} \rightarrow \lambda^{2} \boldsymbol{Z}_{ab} \ ,$$

$$\boldsymbol{P}_{a} \rightarrow \lambda \boldsymbol{P}_{a} \ ,$$

$$\lambda^{-1} \rightarrow 0$$

Relación entre las álgebras



Lagrangeano para AdS-Lorentz en $D = 3$

Conexión para el álgebra de Maxwell en $D = 3$

$$A = \frac{1}{l} e^a P_a + \frac{1}{2}\omega^{ab} J_{ab} + \frac{1}{2} k^{ab} Z_{ab}$$

Lagrangeano CS para el álgebra de AdS-Lorentz en $D = 3$

$$L_{CS}^{(2+1)} = \frac{\beta_0}{l}\epsilon_{abc}\left(R^{ab} + F^{ab} + \frac{1}{3l^2} e^a e^b\right) e^c + \frac{\alpha_1}{2}\left(\omega^a{}_b d\omega^b{}_a + \frac{2}{3}\omega^a{}_b \omega^b{}_c \omega^c{}_a\right)$$
$$+ \alpha_0 \left[k^a{}_b\left(R^b{}_a + \omega^b{}_c k^c{}_a\right) + \frac{1}{l^2} e^a\left(T^a + k_a{}^b e_b\right) + \frac{1}{2}\left(k^a{}_b d k^b{}_a + \frac{2}{3} k^a{}_b k^b{}_c k^c{}_a\right)\right]$$

donde

$$F^{ab} \equiv dk^{ab} + k^a{}_d k^{db} + 2\omega^a{}_d k^{db} \; .$$

Superálgebra de Maxwell

Superálgebra de Maxwell

$$
\begin{aligned}
[J_{ab}, J_{cd}] &= \eta_{ad} J_{bc} + \eta_{bc} J_{ad} - \eta_{ac} J_{bd} - \eta_{bd} J_{ac} \\
[J_{ab}, P_c] &= \eta_{bc} P_a - \eta_{ac} P_b \ , \\
[P_a, P_b] &= Z_{ab} \ , \\
[J_{ab}, Z_{cd}] &= \eta_{ad} Z_{bc} + \eta_{bc} Z_{ad} - \eta_{ac} Z_{bd} - \eta_{bd} Z_{ac} \ , \\
[Z_{ab}, P_c] &= 0 \ , \\
[Z_{ab}, Z_{cd}] &= 0 \ , \\
\left\{ Q_\alpha, Q_\beta \right\} &= \frac{1}{2} \left(\sigma^{ab} C \right)_{\alpha\beta} Z_{ab} \ , \\
[J_{ab}, Q_\alpha] &= -\left(\sigma_{ab} Q \right)_\alpha \ , \\
[P_a, Q_\alpha] &= 0 \ , \\
[Z_{ab}, Q_\alpha] &= 0 \ .
\end{aligned}
$$

Contracción I-W para la superálgebra de Maxwell

$$J_{ab} \to J_{ab} \ .$$

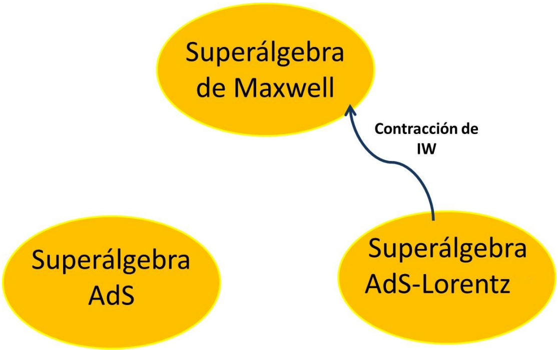
$$Z_{ab} \to \lambda^2 Z_{ab} \ ,$$

$$P_a \to \lambda P_a \ ,$$

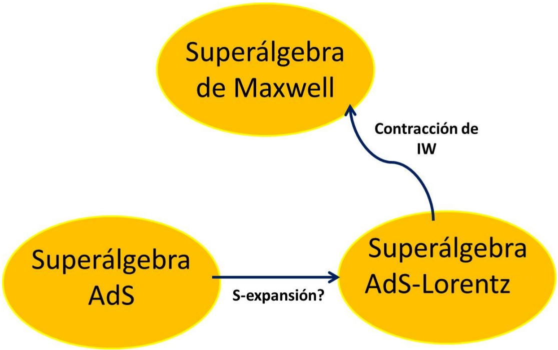
$$Q_\alpha \to \lambda Q_\alpha \ .$$

$SAdS$-Lorentz $\rightarrow$ Superálgebra de Maxwell
$\lambda^{-1} \rightarrow 0$

$$
\begin{aligned}
[J_{ab}, J_{cd}] &= \eta_{bc} J_{ad} - \eta_{bd} J_{ac} - \eta_{ac} J_{bd} + \eta_{ad} J_{bc} \ , \\
[J_{ab}, P_c] &= \eta_{cb} P_a - \eta_{ca} P_b \ , \\
[P_a, P_b] &= Z_{ab}, \\
[Z_{ab}, Z_{cd}] &= \lambda^{-2} \left(\eta_{bc} Z_{ad} - \eta_{bd} Z_{ac} - \eta_{ac} Z_{bd} + \eta_{ad} Z_{bc} \right) \ , \\
[J_{ab}, Z_{cd}] &= \eta_{bc} Z_{ad} - \eta_{bd} Z_{ac} - \eta_{ac} Z_{bd} + \eta_{ad} Z_{bc} \ , \\
[Z_{ab}, P_c] &= \lambda^{-2} (\eta_{cb} P_a - \eta_{ca} P_b) \ , \\
[J_{ab}, Q_\alpha] &= -(\sigma_{ab} Q)_\alpha \ , \\
[Z_{ab}, Q_\alpha] &= -\lambda^{-2} (\sigma_{ab} Q)_\alpha \ , \\
[P_a, Q_\alpha] &= -\frac{\lambda^{-1}}{2} (\gamma_a Q)_\alpha \ , \\
\left\{ Q_\alpha, Q_\beta \right\} &= \frac{1}{2} \left[\left(\sigma^{ab} C \right)_{\alpha\beta} Z_{ab} - \lambda^{-1} \left(\gamma^a C \right)_{\alpha\beta} P_a \right] \ .
\end{aligned}
$$


Superálgebra de Maxwell
Contracción de IW
Superálgebra AdS
Superálgebra AdS-Lorentz

Superálgebra de Maxwell



Semigrupo $(\{0,1\},\wedge)$

Semigrupo $(\{0,1\},\wedge)$

$N=1$	λ_0	λ_1
λ_0	λ_0	λ_0
λ_1	λ_0	λ_1

Semigrupo $(\{0,1\},\wedge)$

Semigrupo $(\{0,1\},\wedge)$

$N=1$	λ_0	λ_1
λ_0	λ_0	λ_0
λ_1	λ_0	λ_1

Trivial

$N=0$	λ_0	λ_1
λ_0	λ_0	λ_0
λ_1	λ_0	λ_0

No abeliano

$N=2$	λ_0	λ_1
λ_0	λ_0	λ_0
λ_1	λ_1	λ_1

$\mathbb{Z}_2$

$N=3$	λ_0	λ_1
λ_0	λ_0	λ_0
λ_1	λ_0	λ_1

$\wedge$-expansión de la superálgebra AdS $\mathcal{N}=1$

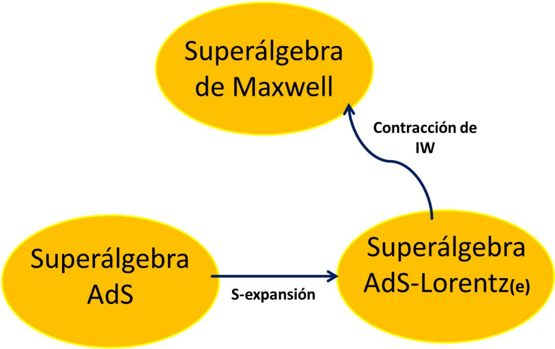
Partición de $\mathfrak{g} = SAdS$

$$
\begin{aligned}
V_0 &= \{\tilde{\boldsymbol{J}}_{ab}\} \ , \\
V_1 &= \{\tilde{\boldsymbol{Q}}_{\alpha}\} \ , \\
V_2 &= \{\tilde{\boldsymbol{P}}_{a}\} \ .
\end{aligned}
$$

Partición del semigrupo $(\{0,1\},\wedge)$

$$
\begin{aligned}
S_0 &= \{\lambda_0, \lambda_1\} \ , \\
S_1 &= \{\lambda_0\} \ , \\
S_2 &= \{\lambda_0\} \ .
\end{aligned}
$$

Superálgebra de Maxwell



Tensores invariantes de la superálgebra AdS-Lorentz

$$
\begin{aligned}
\langle \tilde{\boldsymbol{J}}_{ab}\tilde{\boldsymbol{J}}_{cd}\rangle &= \alpha\left(\eta_{ad}\eta_{bc}-\eta_{ac}\eta_{bd}\right)\ ,\\
\langle \tilde{\boldsymbol{J}}_{ab}\tilde{\boldsymbol{P}}_{c}\rangle &= \beta\epsilon_{abc}\ ,\\
\langle \tilde{\boldsymbol{P}}_{a}\tilde{\boldsymbol{P}}_{b}\rangle &= \alpha\eta_{ab}\ ,\\
\left\langle \tilde{\boldsymbol{Q}}_{\alpha}\tilde{\boldsymbol{Q}}_{\beta}\right\rangle &= (\alpha-\beta)C_{\alpha\beta}\ .
\end{aligned}
$$

$$\Downarrow$$

$$
\begin{aligned}
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{J}_{cd}\rangle &= \alpha_1\left(\eta_{ad}\eta_{bc}-\eta_{ac}\eta_{bd}\right)\ ,\\
\langle \boldsymbol{Z}_{ab}\boldsymbol{Z}_{cd}\rangle &= \alpha_0\left(\eta_{ad}\eta_{bc}-\eta_{ac}\eta_{bd}\right)\ ,\\
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{Z}_{cd}\rangle &= \alpha_0\left(\eta_{ad}\eta_{bc}-\eta_{ac}\eta_{bd}\right)\ ,\\
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{P}_{c}\rangle &= \beta_0\epsilon_{abc}\ ,\\
\langle \boldsymbol{Z}_{ab}\boldsymbol{P}_{c}\rangle &= \beta_0\epsilon_{abc}\ ,\\
\langle \boldsymbol{P}_{a}\boldsymbol{P}_{b}\rangle &= \alpha_0\eta_{ab}\ ,\\
\left\langle \boldsymbol{Q}_{\alpha}\boldsymbol{Q}_{\beta}\right\rangle &= (\alpha_0-\beta_0)C_{\alpha\beta}\ .
\end{aligned}
$$

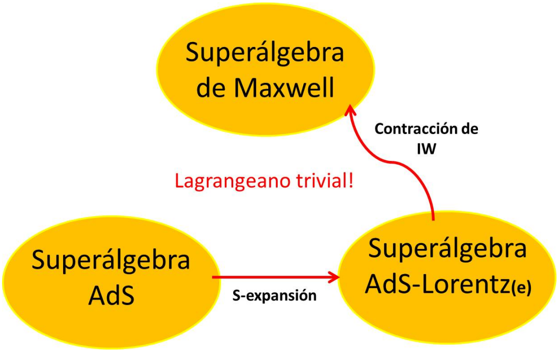
Primer reescalamiento de los tensores invariantes

$$
\begin{aligned}
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{J}_{cd}\rangle &= \alpha_1\left(\eta_{ad}\eta_{bc}-\eta_{ac}\eta_{bd}\right)\ ,\\
\langle \boldsymbol{Z}_{ab}\boldsymbol{Z}_{cd}\rangle &= \lambda^{-4}\alpha_0\left(\eta_{ad}\eta_{bc}-\eta_{ac}\eta_{bd}\right)\ ,\\
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{Z}_{cd}\rangle &= \lambda^{-2}\alpha_0\left(\eta_{ad}\eta_{bc}-\eta_{ac}\eta_{bd}\right)\ ,\\
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{P}_{c}\rangle &= \lambda^{-1}\beta_0\epsilon_{abc}\ ,\\
\langle \boldsymbol{Z}_{ab}\boldsymbol{P}_{c}\rangle &= \lambda^{-3}\beta_0\epsilon_{abc}\ ,\\
\langle \boldsymbol{P}_{a}\boldsymbol{P}_{b}\rangle &= \lambda^{-2}\alpha_0\eta_{ab}\ ,\\
\left\langle \boldsymbol{Q}_{\alpha}\boldsymbol{Q}_{\beta}\right\rangle &= \lambda^{-2}(\alpha_0-\beta_0)C_{\alpha\beta}\ .
\end{aligned}
$$

Tensores invariantes de SMaxwell

$$
\begin{aligned}
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{J}_{cd}\rangle &= \alpha_1\left(\eta_{ad}\eta_{bc}-\eta_{ac}\eta_{bd}\right)\ ,\\
\langle \boldsymbol{Z}_{ab}\boldsymbol{Z}_{cd}\rangle &= 0\ ,\\
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{Z}_{cd}\rangle &= 0\ ,\\
\langle \boldsymbol{J}_{ab}\boldsymbol{P}_{c}\rangle &= 0\ ,\\
\langle \boldsymbol{Z}_{ab}\boldsymbol{P}_{c}\rangle &= 0\ ,\\
\langle \boldsymbol{P}_{a}\boldsymbol{P}_{b}\rangle &= 0\ ,\\
\left\langle \boldsymbol{Q}_{\alpha}\boldsymbol{Q}_{\beta}\right\rangle &= 0\ .
\end{aligned}
$$

Superálgebra de Maxwell



Solución

Reescalamiento de las constantes.

La única manera de evitar que el proceso de contracción de IW trivialice la acción Chern-Simons para la superálgebra de Maxwell es que en conjunto con el reescalamiento de los generadores sean reescaladas las constantes presentes en los tensores invariantes.

El reescalamiento en las constantes, que permite la obtención de un lagrangeano válido, es único.

$$\alpha_0 \rightarrow \lambda^2 \alpha_0 \ ,$$

$$\beta_0 \rightarrow \lambda \beta_0 \ .$$

Segundo reescalamiento

Con este reescalamiento los tensores invariantes son

$$
\begin{aligned}
\langle \boldsymbol{J}_{ab} \boldsymbol{J}_{cd} \rangle &= \alpha_1 \left(\eta_{ad}\eta_{bc} - \eta_{ac}\eta_{bd} \right) \ , \\
\langle \boldsymbol{Z}_{ab} \boldsymbol{Z}_{cd} \rangle &= \lambda^{-2} \alpha_0 \left(\eta_{ad}\eta_{bc} - \eta_{ac}\eta_{bd} \right) \ , \\
\langle \boldsymbol{J}_{ab} \boldsymbol{Z}_{cd} \rangle &= \alpha_0 \left(\eta_{ad}\eta_{bc} - \eta_{ac}\eta_{bd} \right) \ , \\
\langle \boldsymbol{J}_{ab} \boldsymbol{P}_{c} \rangle &= \beta_0 \epsilon_{abc} \ , \\
\langle \boldsymbol{Z}_{ab} \boldsymbol{P}_{c} \rangle &= \lambda^{-2} \beta_0 \epsilon_{abc} \ , \\
\langle \boldsymbol{P}_{a} \boldsymbol{P}_{b} \rangle &= \alpha_0 \eta_{ab} \ , \\
\left\langle \boldsymbol{Q}_{\alpha} \boldsymbol{Q}_{\beta} \right\rangle &= (\alpha_0 - \lambda^{-1} \beta_0) C_{\alpha\beta} \ .
\end{aligned}
$$

$SAdS$-Lorentz → Superálgebra de Maxwell
$\lambda^{-1} \rightarrow 0$

$$
\begin{aligned}
[J_{ab}, J_{cd}] &= \eta_{bc} J_{ad} - \eta_{bd} J_{ac} - \eta_{ac} J_{bd} + \eta_{ad} J_{bc} \ , \\
[J_{ab}, P_c] &= \eta_{cb} P_a - \eta_{ca} P_b \ , \\
[P_a, P_b] &= Z_{ab}, \\
[Z_{ab}, Z_{cd}] &= \lambda^{-2} \left(\eta_{bc} Z_{ad} - \eta_{bd} Z_{ac} - \eta_{ac} Z_{bd} + \eta_{ad} Z_{bc} \right) \ , \\
[J_{ab}, Z_{cd}] &= \eta_{bc} Z_{ad} - \eta_{bd} Z_{ac} - \eta_{ac} Z_{bd} + \eta_{ad} Z_{bc} \ , \\
[Z_{ab}, P_c] &= \lambda^{-2} (\eta_{cb} P_a - \eta_{ca} P_b) \ , \\
[J_{ab}, Q_\alpha] &= -(\sigma_{ab} Q)_\alpha \ , \\
[Z_{ab}, Q_\alpha] &= -\lambda^{-2} (\sigma_{ab} Q)_\alpha \ , \\
[P_a, Q_\alpha] &= -\frac{\lambda^{-1}}{2} (\gamma_a Q)_\alpha \ , \\
\left\{ Q_\alpha, Q_\beta \right\} &= \frac{1}{2} \left[\left(\sigma^{ab} C \right)_{\alpha\beta} Z_{ab} - \lambda^{-1} \left(\gamma^a C \right)_{\alpha\beta} P_a \right] \ .
\end{aligned}
$$

Superálgebra de Maxwell

Lagrangeano general para $SAdS$ – Lorentz(λ)

Conexión

$$A = \frac{1}{l} e^a P_a + \frac{1}{2} \omega^{ab} J_{ab} + \frac{1}{2} k^{ab} Z_{ab} + \psi^\alpha Q_\alpha$$

Lagrangeano generalizado en $D = 3$

$$\begin{aligned}
L_{CS}^{(2+1)} &= \frac{\beta_0}{l} \epsilon_{abc} \left[\left(R^{ab} + \frac{\lambda^{-2}}{3l^2} e^a e^b \right) e^c + \lambda^{-2} \left(dk^{ab} + \lambda^{-2} k^a{}_d k^{db} + 2\omega^a{}_d k^{db} \right) e^c \right] \\
&+ \alpha_0 \Big[k^a{}_b \left(R^b{}_a + \lambda^{-2} \omega^b{}_c k^c{}_a \right) + \frac{1}{l^2} e^a \left(T_a + \lambda^{-2} k_a{}^b e^b \right) \\
&+ \frac{\lambda^{-2}}{2} \left(k^a{}_b dk^b{}_a + \frac{2\lambda^{-2}}{3} k^a{}_b k^b{}_c k^c{}_a \right) \Big] + \frac{\alpha_1}{2} \left(\omega^a{}_b d\omega^b{}_a + \frac{2}{3} \omega^a{}_b \omega^b{}_c \omega^c{}_a \right) \\
&+ \left(\lambda^{-1} \beta_0 - \alpha_0 \right) \psi^\alpha \Big(d\psi_\alpha + \frac{1}{4} \omega^{ab} \left(\Gamma_{ab} \right)_\alpha^{\ \beta} \psi_\beta + \frac{\lambda^{-2}}{4} k^{ab} \left(\Gamma_{ab} \right)_\alpha^{\ \beta} \psi_\beta \\
&+ \frac{\lambda^{-1}}{2l} e^a \left(\Gamma_a \right)_\alpha^{\ \beta} \psi_\beta \Big) .
\end{aligned}$$

Lagrangeano para la superálgebra AdS-Lorentz en $D = 3$

$\lambda = 1$

$$\begin{aligned}
L_{CS}^{2+1} = & \frac{\beta_0}{l}\epsilon_{abc}\left(R^{ab} + F^{ab} + \frac{1}{3l^2}e^a e^b\right)e^c \\
& + \alpha_0\left[k^a{}_b\left(R^b{}_a + \omega^b{}_c k^c{}_a\right) + \frac{1}{l^2}e^a\left(T_a + k_a{}^b e^b\right) + \frac{1}{2}\left(k^a{}_b dk^b{}_a + \frac{2}{3}k^a{}_b k^b{}_c k^c{}_a\right)\right] \\
& + \left(\beta_0 - \alpha_0\right)\psi^\alpha D\psi_\alpha + \frac{\alpha_1}{2}\left(\omega^a{}_b d\omega^b{}_a + \frac{2}{3}\omega^a{}_b\omega^b{}_c\omega^c{}_a\right) \\
& - \frac{1}{2}d\left(\alpha_0\omega^a{}_b k^b{}_a + \frac{\beta_0}{l}\epsilon_{abc}\omega^{ab}e^c + \frac{\beta_0}{l}\epsilon_{abc}k^{ab}e^c\right) .
\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
F^{ab} &\equiv dk^{ab} + k^a{}_d k^{db} + 2\omega^a{}_d k^{db} \\
D &\equiv d + \frac{1}{4}\omega^{ab}\Gamma_{ab} + \frac{1}{4}k^{ab}\Gamma_{ab} + \frac{1}{2l}e^a\Gamma_a .
\end{aligned}$$

Lagrangeano para la superálgebra de Maxwell en $D = 3$

$\lambda^{-1} \to 0$

$$L_{CS}^{2+1} = \frac{\beta_0}{l}\epsilon_{abc}R^{ab}e^c + \alpha_0\left(k^a{}_bR^b{}_a + \frac{1}{l^2}e^aT_a - \psi^\alpha D_\omega\psi_\alpha\right) + \frac{\alpha_1}{2}\left(\omega^a{}_bd\omega^b{}_a + \frac{2}{3}\omega^a{}_b\omega^b{}_c\omega^c{}_a\right) \; .$$

donde

$$D_\omega = d + \frac{1}{4}\omega^{ab}\Gamma_{ab} \; .$$

Conclusiones y proyecciones

El proceso de S-expansión regular permitió obtener el álgebra de Maxwell, así como las álgebras y superálgebras de Maxwell, no fue posible obtener de manera directa la superálgebra de Maxwell.

Conclusiones y proyecciones

El proceso de S-expansión regular permitió obtener el álgebra de Maxwell, así como las álgebras y superálgebras de Maxwell, no fue posible obtener de manera directa la superálgebra de Maxwell.

Se construyeron acciones Chern-Simons para gravedad y supergravedad utilizando las álgebras AdS-Lorentz.

Conclusiones y proyecciones

El proceso de S-expansión regular permitió obtener el álgebra de Maxwell, así como las álgebras y superálgebras de Maxwell, no fue posible obtener de manera directa la superálgebra de Maxwell.

Se construyeron acciones Chern-Simons para gravedad y supergravedad utilizando las álgebras AdS-Lorentz.

Se presentó una extensión en la contracción de IW con utilidad en la construcción de lagrangeanos Chern-Simons, la cual genera nuevas alternativas para la construcción de lagrangeanos.

Conclusiones y proyecciones

El proceso de S-expansión regular permitió obtener el álgebra de Maxwell, así como las álgebras y superálgebras de Maxwell, no fue posible obtener de manera directa la superálgebra de Maxwell.

Se construyeron acciones Chern-Simons para gravedad y supergravedad utilizando las álgebras AdS-Lorentz.

Se presentó una extensión en la contracción de IW con utilidad en la construcción de lagrangeanos Chern-Simons, la cual genera nuevas alternativas para la construcción de lagrangeanos.

El método generalizado de contracción de IW fue utilizado exitósamente en la construcción de acciones para gravedad y supergravedad $\mathcal{N}=1$ con simetría de gauge las álgebras de Maxwell en $D=3$.

Conclusiones y proyecciones

Sería de gran interés extender estas construcciones a mayores dimensiones y buscar soluciones a las ecuaciones, particularmente de tipo cosmológico.

Gracias