CURSO DE POSTGRADO-(Concepción- -03-2014)

Luis P. Chimento Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-UBA e IFIBA-CONICET, Buenos Aires, Argentina

INTERACCIONES EN EL SECTOR OSCURO

Contenidos del curso

1 - INTRODUCCION

a. Principio cosmológico - Universo isótropo y homogéneo
b. Repaso del modelo de uno (unificado) y dos (agregados) fluidos en FRW
c. Ecuación de estado lineal

2 - FLUIDO EFECTIVO Y ECUACIÓN DE LA FUENTE

a. Descripción de fluido efectivo
b. Planteo general para dos fluidos con ecuaciones de estado lineal
c. Ecuación de la fuente

3 - LA EVOLUCION DEL SECTOR OSCURO

a. Materia Oscura
b. Energía oscura, quintaesencia y k-esencia
c. Condiciones para la existencia del atractor
d. La solución atractora - Estabilidad asintótica
   Existencia y estabilidad de la solución tipo ley de potencia (power law)
e. El problema de la coincidencia

4 - INTERACCIONES LINEALES

a. Interacciones lineales I
b. Ejemplos I
c. Interacciones lineales II
d. Interacción lineal general y modelo ΛCDM

5 - INTERACCIONES NO LINEALES

a. Caso homogéneo - Ejemplos
b. Caso inhomogéneo y el "gas de Chaplygin relajado"
c. El gas de Chaplygin como un modelo de dos fluidos
d. El "gas de Chaplygin" como un modelo transitorio

6 - MODELO DE TRES FLUIDOS ACOPLADOS EN FRW

a. Planteo general para tres fluidos con ecuaciones de estado lineal
b. Ecuación de la fuente
c. Espacio interno - Interacción transversal - Solución general
d. Ejemplo: campo escalar + materia
e. Reconstrucción del campo y potencial

7 - CONCLUSIONES

Bibliografía

Interacting dark sector with variable vacuum energy
Luis P. Chimento, Martin G. Richarte and Ivan E. Sanchez G,. Phys.Rev. D88 (2013) 087301.

4-**Nonbaryonic dark matter and scalar field coupled with a transversal interaction plus decoupled radiation**
Luis P. Chimento and Martín G. Richarte, Eur.Phys.J. C73 (2013) 2497.

Dark radiation and dark matter coupled to holographic Ricci dark energy
Luis P. Chimento and Martín G. Richarte, Eur. Phys. J. C73 (2013), 2352.

Modified holographic Ricci dark energy coupled to interacting dark matter and a non interacting baryonic component
Luis P. Chimento, Mónica Forte, and Martín G. Richarte, Eur. Phys. J. C73 (2013) 2285.

Self-interacting holographic dark energy
Luis P. Chimento, Mónica Forte and Martin G. Richarte, Mod. Phys. Lett. A (2012).

3-**Dark matter, dark energy, and dark radiation coupled with a transversal interaction**
Luis P. Chimento and Martin G. Richarte, Phys. Rev. D **86**, 103501, (2012).

Dark matter and Ricci-like holographic dark energy coupled through a quadratic interaction
Luis P. Chimento and Martin G. Richarte, AIP Conf.Proc. 1471 (2011) 45-50.

Interacting dark matter and modified holographic Ricci dark energy plus a noninteracting cosmic component
Luis P. Chimento and Martin G. Richarte, Phys. Rev. D85 (2012) 127301.

Holographic dark energy linearly interacting with dark matter
Luis P. Chimento, Martin G. Richarte and Mónica Forte., AIP Conf.Proc. 1471 (2011) 39-44. C11-08-01.7

2-**Exactly solved models of interacting dark matter and dark energy**
Luis P. Chimento. AIP Conf.Proc. 1471 (2011) 30-38. Conference: C11-08-01.7

Interacting dark matter and modified holographic Ricci dark energy induce a relaxed Chaplygin gas
Luis P. Chimento and Martin G. Richarte, Phys. Rev. D 84, 123507 (2011), 1-10.

1-**Linear and nonlinear interactions in the dark sector**
Chimento Luis P., Phys. Rev. D 81, 043525 (2010) 1-16

Cosmological model with interactions in the dark sector
Chimento Luis P., Forte Mónica I. and Kremer Gilberto M., Gen. Relativ. Gravit. 41,-N5 (2009) 1125-1137.

Modelo de un fluido

Universo isótropo y homogéneo

FRW $\longrightarrow ds^2 = dt^2 + a^2(t)\{dx^2 + dy^2 + dz^2\}$

$$E.E.\begin{cases} 3H^2 = \rho \\ \mathring{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \end{cases} \qquad H = \frac{\mathring{a}}{a}$$

$(a, \rho, p) \longrightarrow p = (\gamma - 1)\rho \; ; \quad \gamma = \frac{\rho + p}{\rho}$ índice barotrópico

$\gamma = \gamma_s \rightarrow c_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \gamma_s - 1 \Rightarrow 1 \leq \gamma \leq 2$

$$\dot{\rho} + 3H\gamma\rho = 0 \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{a^{3\gamma}} \Rightarrow a = a_0 t^{2/3\gamma_s} \; (P.L.)$$

$\Rightarrow \rho \sim \frac{1}{t^2} \Rightarrow \rho \rightarrow \infty$ para $t \rightarrow 0$

$6H\dot{H} = \mathring{\rho} = -3H(\rho + p) \Rightarrow -2\mathring{H} = \rho + p$

$$\gamma = \frac{\rho + p}{\rho} = -\frac{2\mathring{H}}{3H^2} \Rightarrow H = \frac{2}{3\gamma \Delta t}$$

Notar que

$$\gamma_{P.L.} = \gamma\left(a = a_0 t^{2/3\gamma_s}\right) = \gamma_s = cte.$$

Nos centraremos en factores de escala tipo "Ley de Potencias"

$$a = a_0 t^{2/3\gamma}$$

Universo en expansión: $\dot{a} > 0 \Rightarrow H > 0$

contracción: $\dot{a} < 0 \Rightarrow H < 0$

Universo acelerado: $\ddot{a} > 0 \Rightarrow H^2 > -\dot{H}$

desacelerado: $\ddot{a} < 0 \Rightarrow H^2 < -\dot{H}$

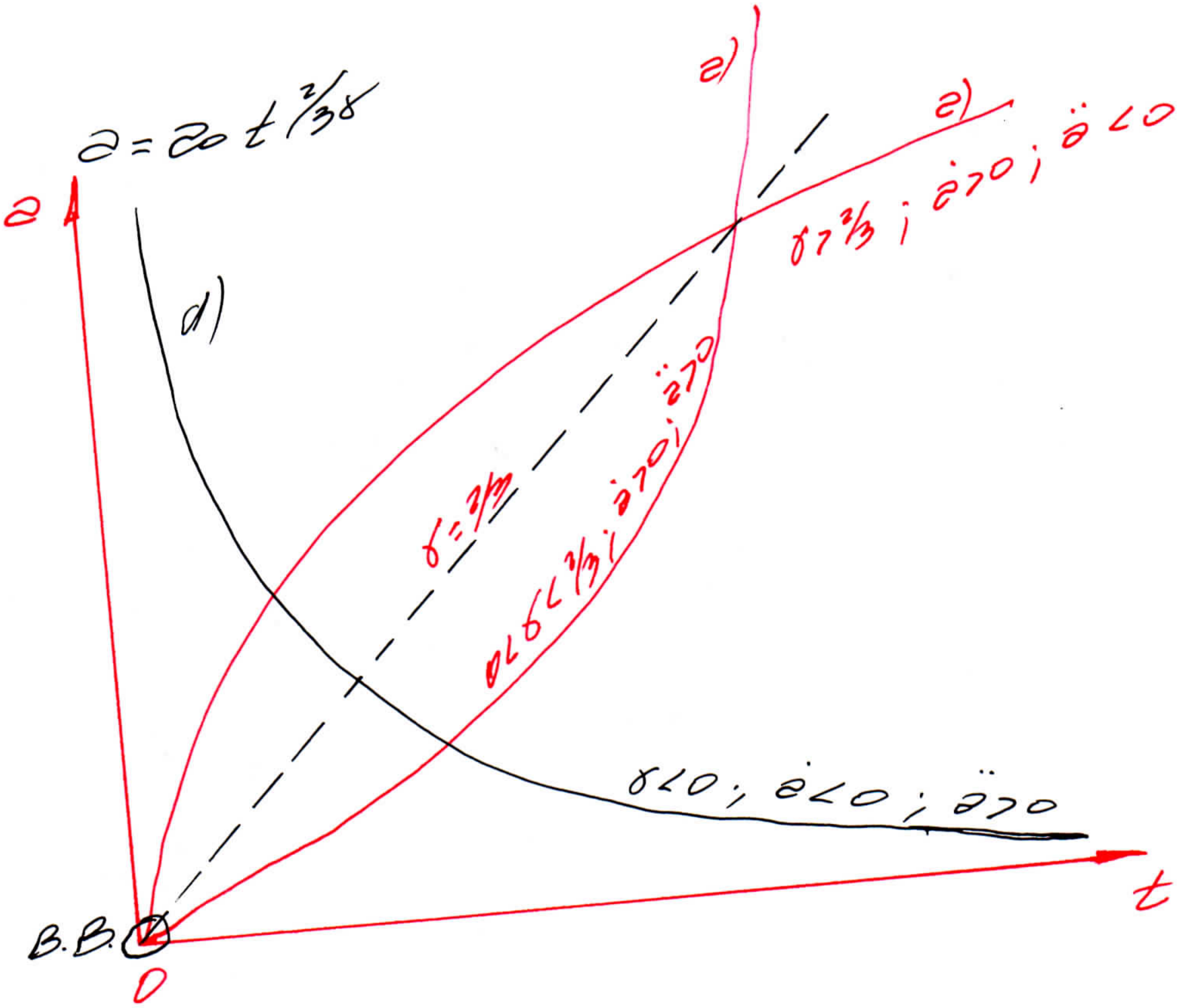
$$H = \frac{2}{3\gamma t} \quad ; \quad \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{2(2-3\gamma)}{9\gamma^2 t^2}$$

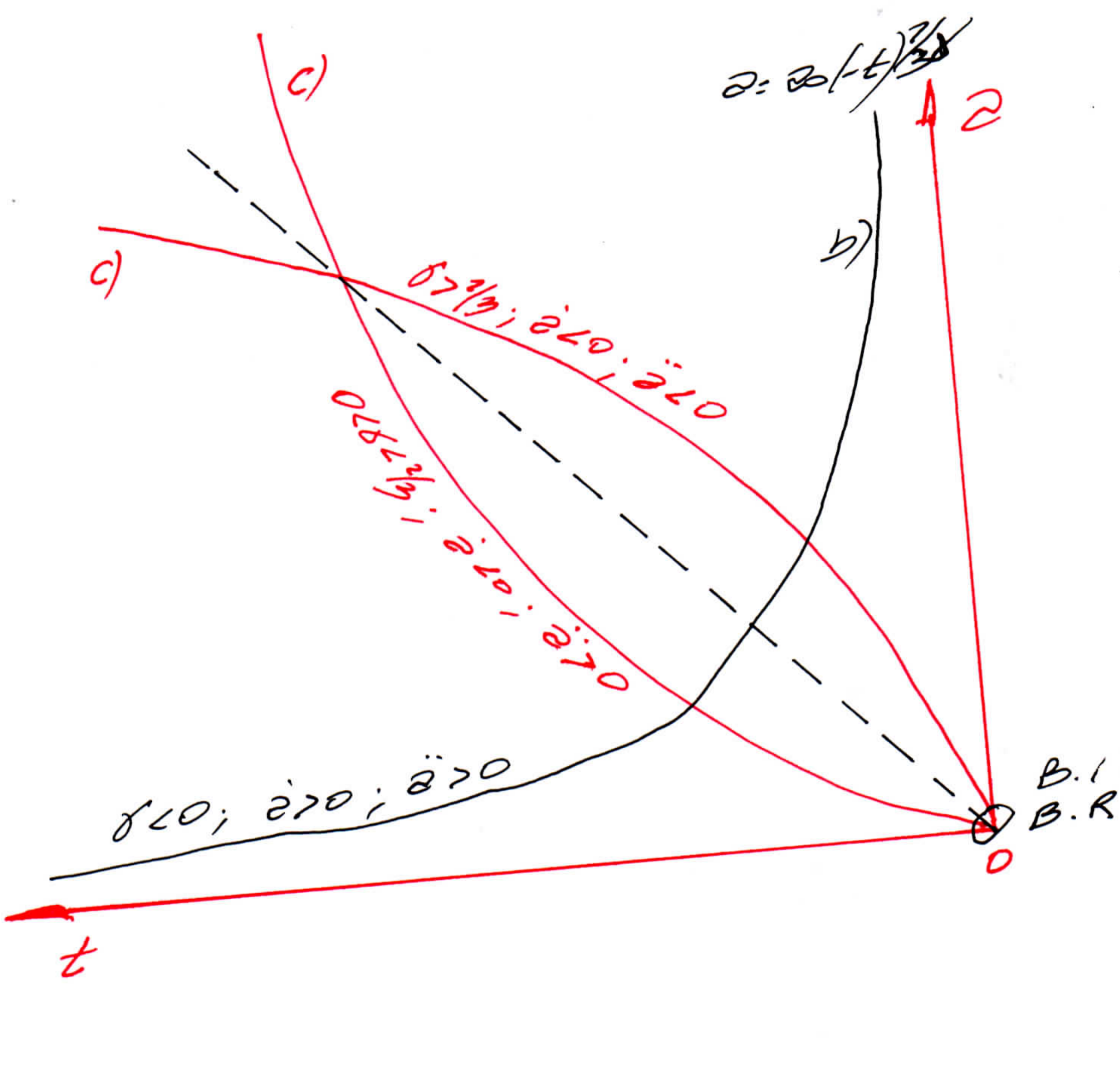
a) $H > 0$; $\gamma > 0$; $t > 0 \longrightarrow \begin{cases} \gamma > \quad \Rightarrow \ddot{a} < 0 \\ 0 < \gamma < 2/3 \Rightarrow \ddot{a} > 0 \end{cases}$

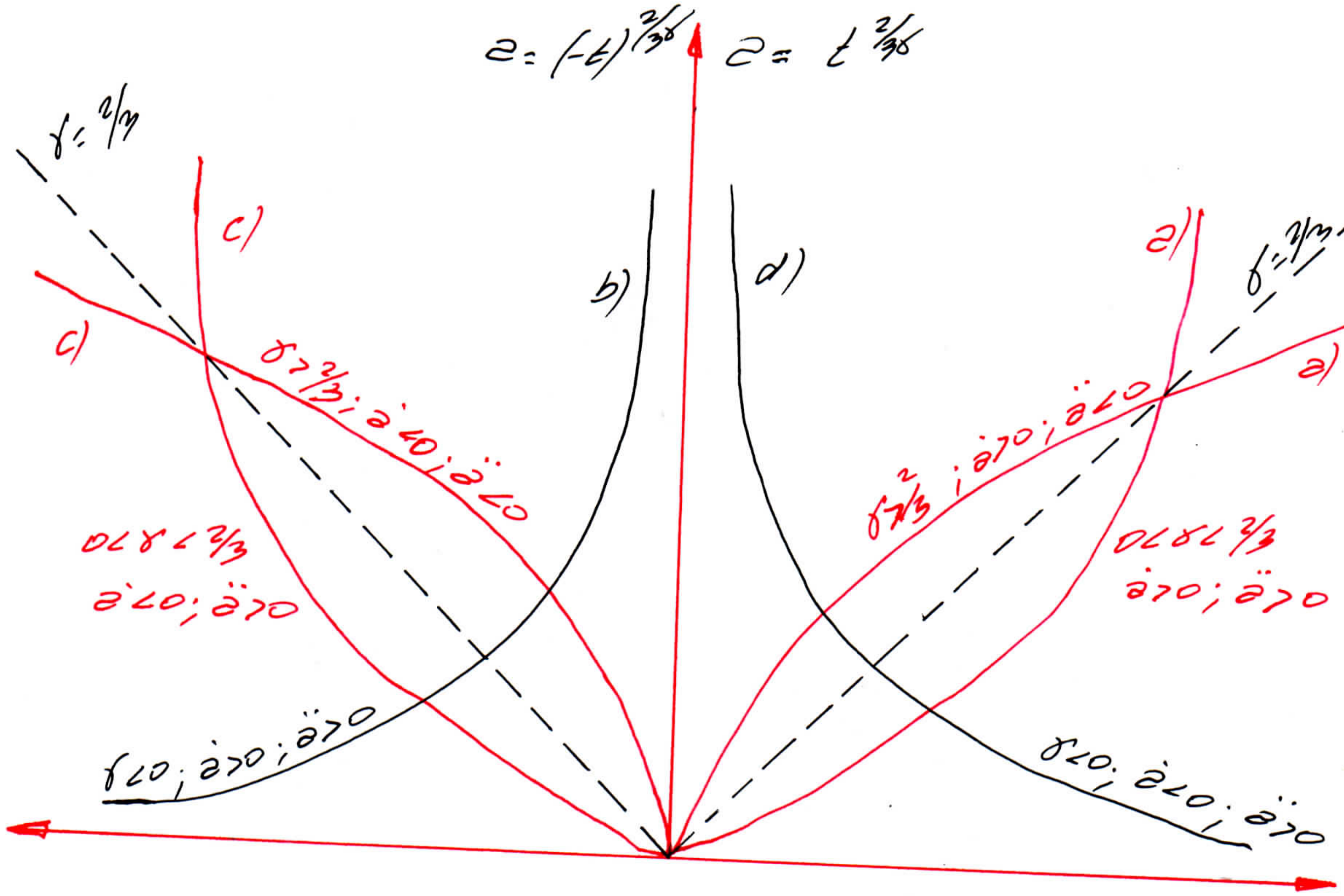
b) $H > 0$; $\gamma < 0$; $t < 0 \Rightarrow \ddot{a} > 0$

c) $H < 0$; $\gamma > 0$; $t < 0 \longrightarrow \begin{cases} \gamma > 2/3 \Rightarrow \ddot{a} < 0 \\ 0 < \gamma < 2/3 \Rightarrow \ddot{a} > 0 \end{cases}$

d) $H < 0$; $\gamma < 0$; $t > 0 \Rightarrow \ddot{a} > 0$


a = a₀ t^(2/3γ)
a
t
0
B.B.
a)
a)
d)
γ>2/3 ; ȧ>0 ; ä<0
γ=2/3
0<γ<2/3 ; ȧ>0 ; ä>0
γ<0 ; ȧ<0 ; ä>0


a = a₀(-t)^(2/3γ)
a
t
0
B.I
B.R
c)
c)
b)
γ>2/3 ; ȧ<0 ; ä<0
0<γ<2/3 ; ȧ<0 ; ä>0
γ<0 ; ȧ>0 ; ä>0



$$\left.\begin{cases} 3H^2=\rho \\ \dot\rho+3H(\rho+p)=0 \\ \left.p=(\gamma-1)\rho\ ;\ \gamma=cte\right\} \Rightarrow \rho=\dfrac{\rho_0}{a^{3\gamma}} \end{cases}\right\} \qquad 3H^2=\frac{\rho_0}{a^{3\gamma}}$$

$$3(nH)^2=\frac{n^2\rho_0}{a^{3\left(\frac{\gamma}{n}\right)n}}$$

$\rho_0\to n^2\rho_0\ ;\ H\to nH \Rightarrow a\to a^n \Rightarrow \gamma\to\frac{\gamma}{n}$

$a=t^{2/3\gamma}\longrightarrow t^{\frac{2}{3\gamma}n}=t^{\frac{2}{3\gamma/n}}$ {Invariancia de forma

Agrego inversión temporal $t\to -t$

a) $H\gamma>0 \Rightarrow \dot\rho<0$

$\dot\rho+3H\gamma\rho=0$; b) $H\gamma<0 \Rightarrow \dot\rho>0 \Rightarrow$ {Big Rip phantom

c) $H\gamma<0 \Rightarrow \dot\rho>0 \Rightarrow$ Big Crunch

d) $H\gamma>0 \Rightarrow \dot\rho<0$

Modelo de 1 fluido

$$\begin{cases} 3H^2 = \rho \\ \dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \end{cases} \qquad (a, \rho, p)$$

Modelo de 2 fluidos (1)

$$\begin{cases} 3H^2 = \rho_c + \rho_x \\ \dot{\rho}_c + 3H(\rho_c + p_c) = 0 \\ \dot{\rho}_x + 3H(\rho_x + p_x) = 0 \end{cases} \qquad (a, \rho_c, p_c, \rho_x, p_x)$$

$$\begin{cases} p_c = (\gamma_c - 1)\rho_c \\ p_x = (\gamma_x - 1)\rho_x \end{cases}$$ El modelo se cierra

Modelo de 2 fluidos (2)

$$\begin{cases} 3H^2 = \rho_c + \rho_x \\ \dot{\rho}_c + \dot{\rho}_x + 3H(\rho_c + p_c + \rho_x + p_x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_c = (\gamma_c - 1)\rho_c \\ p_x = (\gamma_x - 1)\rho_x \end{cases} \qquad \begin{array}{l} 0 < \gamma_x < \gamma < \gamma_c \\ \gamma_c, \gamma_x = ctes \end{array}$$

Modelos de 1 fluido y modelos de 2 fluidos con interacción e ecuaciones de estado constantes son "isomorfos"

Modelo efectivo o unificado

$$p = p_c + p_x = (\gamma_c - 1)\rho_c + (\gamma_x - 1)\rho_x = \gamma_c\rho_c + \gamma_x\rho_x - \rho$$

$$= (\gamma_e - 1)\rho \Rightarrow \gamma_c\rho_c + \gamma_x\rho_x = \gamma_e\rho$$

$$\gamma_e = \frac{\gamma_c\rho_c + \gamma_x\rho_x}{\rho} \Rightarrow \gamma_x < \gamma_e < \gamma_c$$

$\Rightarrow$ γ_e efectivo es variable

$$\gamma_e = cte \Rightarrow \rho_c \simeq \rho_x$$

Concluimos que un modelo de dos fluidos en interacción con ecuaciones de estado constante es equivalente a un modelo de un solo fluido efectivo o unificado descripto por

$$\begin{cases} 3H^2 = \rho \\ \dot{\rho} + 3H\gamma_e\rho = 0 \end{cases}$$

$$p = (\gamma_e - 1)\rho$$

Para simplificar las ecuaciones definimos un nuevo tiempo η por

$$d\eta = 3H\,dt = d\ln a^3 \Rightarrow \eta = \ln\left(\frac{a}{a_0}\right)^3$$

$$\begin{cases} 3H = \rho \\ \rho' + \gamma\rho = 0 \end{cases}$$

Como procedemos

$$p=(\gamma-1)\rho \longrightarrow \rho'+\gamma\rho=0 \Rightarrow \rho=\rho(a)$$

$$\begin{cases} \rho=\rho_c+\rho_x \\ -\rho'=\gamma_c\rho_c+\gamma_x\rho_x \end{cases} \qquad \Delta=\gamma_c-\gamma_x$$

$$\rho_c=-\frac{\gamma_x\rho+\rho'}{\Delta} \quad ; \quad \rho_x=\frac{\gamma_c\rho+\rho'}{\Delta}$$

$$\rho_c'+\gamma_c\rho_c=-\rho_x'-\rho_x\gamma_x=-Q$$

$$\begin{cases} 3H^2=\rho_c+\rho_x \\ \rho_c'+\rho_x'+\gamma_c\rho_c+\gamma_x\rho_x=0 \longrightarrow \begin{cases} \rho_c'+\gamma_c\rho_c=-Q \\ \rho_x'+\gamma_x\rho_x=Q \end{cases} \\ \left.\begin{array}{l} p_c=(\gamma_c-1)\rho_c \\ p_x=(\gamma_x-1)\rho_x \end{array}\right\} + Q \end{cases}$$

$$(a, p_c, \rho_c, p_x, \rho_x, Q)$$

Q es un dato fenomenológico. Generalmente depende del factor de escala a través de las densidades de energía y sus derivadas.

Estabilidad de la solución P.L.

Exigiremos que existan soluciones del tipo Ley de Potencia ($a_{PL} \sim t^{2/3\gamma_s}$) estables.

Usamos como variable el índice barotrópico efectivo porque $\gamma(a_{PL}) = \gamma_s$

$$\gamma\rho = \gamma_c\rho_c + \gamma_x\rho_x$$

$$(\gamma\rho)' = \gamma_c[\rho' - Q + \gamma_x\rho_x] + \gamma_x[\rho' + Q + \gamma_c\rho_c]$$

$$\gamma' - (\gamma - \gamma_c)(\gamma - \gamma_x) = -\frac{Q}{\rho}\Delta$$

Relación entre ecuación de estado efectiva y fenomenología

Interacción separable

$$Q = F(\gamma)\rho = F\left(-\frac{\rho'}{\rho}\right)\rho$$

$$\gamma' = G(\gamma) \quad ; \quad \gamma_x < \gamma < \gamma_c$$

Si $\gamma = \gamma_s = cte$ es solución $\Rightarrow G(\gamma_s) = 0$

$$\gamma_s = -\frac{2\dot{H}}{3H^2} \Rightarrow a = a_0 t^{2/3\gamma_s}$$

$$\gamma = \gamma_s + \varepsilon \Rightarrow G(\gamma) \simeq G(\gamma_s) + \frac{dG}{d\gamma}(\gamma_s)(\gamma - \gamma_s) + \dots$$

$$\varepsilon' = G'(\gamma_s)\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0 e^{G'(\gamma_s)\eta}$$

Si $\left.\frac{dG}{d\gamma}\right|_{\gamma_s} = G'(\gamma_s) = \frac{d\gamma'}{d\gamma}(\gamma_s) < 0 \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon \to 0 \\ \eta \to \infty \end{cases}$

Luego γ_s es solución asintóticamente estable

$\gamma \to \gamma_s \Rightarrow a = t^{2/3\gamma_s}$ es estable

Ejemplo

$$Q = (\delta_s - \delta_c)(\delta_s - \delta_x)\frac{\rho}{\Delta}$$

$$\delta' = (\delta - \delta_c)(\quad - \delta_x) - (\delta_s - \delta_c)(\delta_s - \delta_x) = G(\delta)$$

$$\delta'(\delta = \delta_s) = 0 \Rightarrow G(\delta_s) = 0$$

$$\left.\frac{\partial G}{\partial \delta}\right|_{\delta = \delta_s} = (\delta_s - \delta_x) + (\delta_s - \delta_c) = 2\delta_s - \delta_x - \delta_c < 0$$

Siempre que $\delta_s < \dfrac{\delta_c + \delta_x}{2}$

la solución $a = t^{2/3\delta_s}$ es estable.