Agujeros de gusano con dos fluidos y singularidad tipo Big Rip.

Paola A. Meza Bordones.

Encuentro Cosmoconce.

Marzo 2013.

Indice I

Motivación I

Expansión acelerada del universo $\Rightarrow$ Modelos cosmológicos con energía oscura

Singularidades futuras $\Rightarrow$ Big Rip

Modelos cosmológicos en presencia de dos o más fluidos, con una componente fantasma

Métrica

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2\left(\frac{dr^2}{1 - kr^2 - \frac{b(r)}{r}} + r^2 d\Omega^2\right) \tag{1}$$

Ecuaciones de campo

$$\begin{aligned}
3H^2 + \frac{3k}{a^2} + \frac{b'}{a^2 r^2} &= \kappa\rho_{in}(t,r) + \kappa\rho(t) + \Lambda, && (2)\\
-\left(2\frac{\ddot{a}}{a} + H^2 + \frac{k}{a^2}\right) - \frac{b}{a^2 r^3} &= \kappa p_r(t,r) + \kappa p(t) - \Lambda, && (3)\\
-\left(2\frac{\ddot{a}}{a} + H^2 + \frac{k}{a^2}\right) + \frac{b - rb'}{2a^2 r^3} &= \kappa p_l(t,r) + \kappa p(t) - \Lambda && (4)
\end{aligned}$$

Fluido anisótropo e inhomogeneo

$$T_{\mu\nu} = diag(\rho_{in}(t,r); p_r(t,r); p_l(t,r); p_l(t,r)) \tag{5}$$

$$p_r = \omega_r \rho_{in}(t,r) \tag{6}$$

$$p_l = \omega_l \rho_{in}(t,r) \tag{7}$$

Ecuaciones de continuidad

$$\dot{\rho}_{in} + H(\omega_r + 2\omega_l + 3)\rho_{in} = 0 \tag{8}$$

$$\omega_r \rho'_{in} - \frac{2(\omega_l - \omega_r)}{r}\rho_{in} = 0 \tag{9}$$

Solución general I

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= -dt^2 + a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2 + \kappa\, C\, \omega_r\, r^{-1-1/\omega_r}} + r^2 d\Omega^2 \right) && (10) \\
3H^2 + \frac{3k}{a^2} &= \kappa\rho(t) + \Lambda, && (11) \\
\dot{\rho} + 3H(\rho + p) &= 0, && (12) \\
p_r &= \omega_r\, \rho_{in}, && (13) \\
p_l &= -\frac{1}{2}(1 + \omega_r)\, \rho_{in}, && (14) \\
\rho_{in}(t, r) &= \frac{C\, r^{-3-1/\omega_r}}{a^2(t)} && (15)
\end{aligned}
$$

Solución general II

La evolución del factor de escala es gobernada por las ecuaciones de Friedmann estándar. Por lo tanto el fluido inhomogéneo mantiene la garganta del wormhole y el fluido homogéneo la evolución del factor de escala.

Universos tipo wormhole en expansión con fluido fantasma barotrópico

Fluido fantasma barotrópico $p(t) = \omega\rho(t)$ y $\omega < -1$.

$$a(t) = a_0 \left(1 + \frac{3}{2} H_0 (\omega + 1) t\right)^{2/(3(\omega+1))}, \tag{16}$$

$$\rho(t) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{3}{2} H_0 (\omega + 1) t\right)^2}, \tag{17}$$

$$\rho_{in}(t, r) = -\frac{\left(\frac{r}{r_0}\right)^{-(1+3\omega_r)/\omega_r}}{r_0^2 \omega_r a_0^2 \left(1 + \frac{3}{2} H_0 (\omega + 1) t\right)^{4/(3(\omega+1))}}, \tag{18}$$

$$\begin{aligned} ds^2 &= -dt^2 + a_0^2 \left(1 + \frac{3}{2} H_0 (\omega + 1) t\right)^{4/(3(\omega+1))} \\ &\times \left(\frac{dr^2}{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-(1+\omega_r)/\omega_r}} + r^2 (d\theta^2 + sin^2\theta d\varphi^2) \right) \end{aligned} \tag{19}$$

Notar que

- La métrica (19) corresponde a un wormhole cuando $\omega_r < -1$ ó $\omega_r > 0$.
- La variedad descrita es asintóticamente FRW plano.
- Si el fluido homogeneo es fantasma ($\omega < -1$), entonces existe una singularidad tipo Big Rip en $t = t_{br}$, donde t_{br} está dado por

$$t_{br} = -\frac{2}{3H_0(\omega + 1)} > t_0 = 0 \tag{20}$$

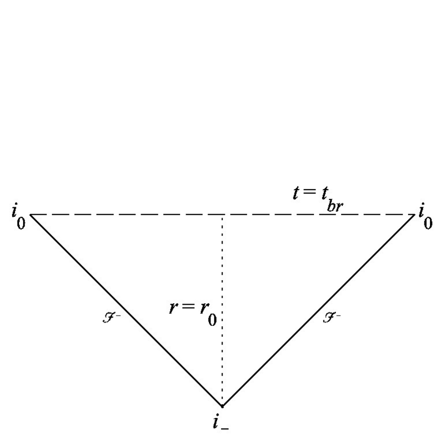

Figure: Diagrama de Penrose para el wormhole con $\omega_r < -1$ y $\omega < -1$. La línea punteada es la garganta y la línea cortada representa la singularidad futura tipo Big Rip.

Evolución de las densidades cuando $\omega_r < -1$

Para este caso existe un tiempo t_{eq} que denominaremos de equilibrio donde $\rho(t_{eq}) = \rho_{in}(t_{eq}, r_c)$ para $r_c = const$, este equilibrio existe para valores de r menores que un radio crítico r_*, dado por,

$$r_* = r_0(-r_0^2\omega_r a_0^2\rho_0)^{-\omega_r/(1+3\omega_r)} \tag{21}$$

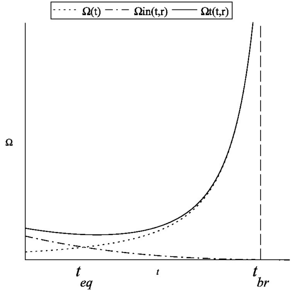

Figure: $r_0 < r_c < r_*$

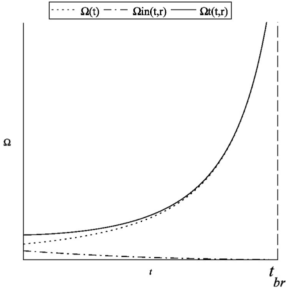

Figure: $r_c > r_*$

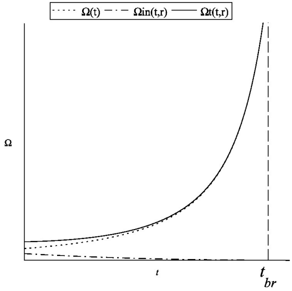

Figure: $r_c \geq r_0 \, (r_* < r_0)$

Evolución de las densidades cuando $\omega_r > 0$

Para este caso existe un tiempo t_0 donde $\rho(t_0) + \rho_{in}(t_0, r_c) = 0$ para $r_c = const$, esto existe para valores de r menores que un radio crítico r_*, dado por,

$$r_* = r_0(r_0^2 \omega_r a_0^2 \rho_0)^{-\omega_r/(1+3\omega_r)} \tag{22}$$

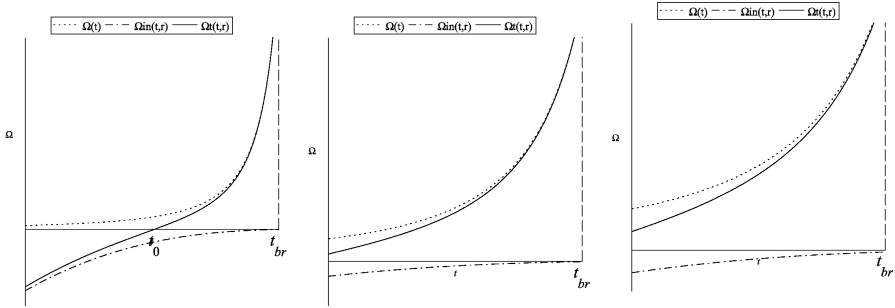

Figure: $r_0 < r_c < r_*$

Figure: $r_c > r_*$

Figure: $r_c \geq r_0 \, (r_* < r_0)$

Universos tipo wormhole en expansión con viscosidad

Cualquier proceso de disipación en una cosmología FRW es escalar y entonces puede ser modelado redefiniendo la presión efectiva de la siguiente forma,

$$P_{eff} = p + \Pi = p - 3\xi H, \tag{23}$$

donde $\Pi = \Pi(t)$ es la presión debida a la viscosidad, $\xi = \xi(t)$ es el coeficiente de viscosidad y H el parámetro de Hubble.

Ecuaciones de Friedmann plano

$$\begin{aligned} 3H^2 &= \rho + \Lambda, & (24) \\ \dot{\rho} + 3H(\rho + p + \Pi) &= 0. & (25) \end{aligned}$$

Asumiendo una ecuación de estado barotrópica

$$H(t) = \frac{e^{\frac{3}{2}\int \xi(t)dt}}{C + \frac{3}{2}(\omega+1)\int e^{\frac{3}{2}\int \xi(t)dt}\,dt} \tag{26}$$

$$a(t) = D\left(C + \frac{3}{2}(\omega+1)\int e^{\frac{3}{2}\int \xi(t)dt}\,dt\right)^{2/(3(\omega+1))} \quad \text{para}\,\omega \neq -1 \tag{27}$$

$$a(t) = De^{C\int e^{\frac{3}{2}\int \xi(t)dt}\,dt} \quad \text{para}\,\omega = -1 \tag{28}$$

De las ecuaciones de Friedmann

$$\xi = \frac{1}{9H}\Big((1+3\omega)\rho - 2\Lambda \Big) \tag{29}$$

$$\xi = \frac{(1+3\omega)}{3\sqrt{3}}\rho^{1/2} \tag{30}$$

Para que el coeficiente ξ sea positivo debemos exigir que $\omega > -1/3$.

Coeficiente de viscosidad constante $\xi = \xi_0$ I

Para $\omega \neq -1$ se tiene

$$a(t) = a_0 \left(1 + \frac{H_0}{\xi_0}(\omega+1)\left(e^{3\,\xi_0\,t/2} - 1\right)\right)^{2/(3(\omega+1))} \tag{31}$$

$$\rho(t) = \frac{3\,H_0^2 e^{3\xi_0\,t}}{\left(1 + \frac{H_0}{\xi_0}(\omega+1)\left(e^{3\,\xi_0\,t/2} - 1\right)\right)^2} \tag{32}$$

$$\kappa\rho_{in}(t,r) = -\frac{\left(\frac{r}{r_0}\right)^{-(1+3\omega_r)/\omega_r}}{r_0^2\omega_r a_0^2 \left(1 + \frac{H_0}{\xi_0}(\omega+1)\left(e^{3\,\xi_0\,t/2} - 1\right)\right)^{4/(3(\omega+1))}} \tag{33}$$

Coeficiente de viscosidad constante $\xi = \xi_0$ II

Al igual que el caso sin viscosidad, existe una singularidad futura tipo Big Rip para $\omega < -1$ dado por

$$t_{br} = \frac{2}{3\xi_0} \ln\left(1 - \frac{\xi_0}{H_0(\omega + 1)}\right) > 0 \tag{34}$$

y el fluido anisótropo que mantiene el wormhole se desvanece en $t = t_{br}$

Coeficiente de viscosidad $\xi \sim \rho^{1/2}$ I

Para este caso usamos $\xi = \alpha\rho^{1/2}$ con α constante. Entonces

$$H = \frac{H_0}{1 + \frac{3}{2}H_0(\omega + 1 - \sqrt{3}\alpha)t} \tag{35}$$

$$a(t) = a_0\left(1 + \frac{3}{2}H_0(\omega + 1 - \sqrt{3}\alpha)t\right)^{\frac{2}{3(\omega+1-\sqrt{3}\alpha)}} \tag{36}$$

$$\rho(t) = \frac{3H_0^2}{(1 + \frac{3}{2}H_0(\omega + 1 - \sqrt{3}\alpha)t)^2} \tag{37}$$

Coeficiente de viscosidad $\xi \sim \rho^{1/2}$ II

$$\xi(t) = \frac{\alpha\sqrt{3}H_0}{1 + \frac{3}{2}H_0(\omega + 1 - \sqrt{3}\alpha)t} \quad (38)$$

$$\kappa\rho_{in}(t,r) = -\frac{\left(\frac{r}{r_0}\right)^{-(1+3\omega_r)/\omega_r}}{r_0^2\omega_r a_0^2\left(1 + \frac{3}{2}H_0(\omega + 1 - \sqrt{3}\alpha)t\right)^{\frac{4}{3(\omega+1-\sqrt{3}\alpha)}}} \quad (39)$$

Luego existe una singularidad tipo Big Rip en $t = t_{br}$ dado por

$$t_{br} = \frac{2H_0^{-1}}{3(\sqrt{3}\alpha - (\omega + 1))} > 0 \quad (40)$$

si la restricción $\sqrt{3}\alpha > \omega + 1$ es satisfecha.

Coeficiente de viscosidad $\xi \sim \rho^{1/2}$ III

Notar que

- Si el coeficiente de viscosidad es positivo ($\alpha > 0$), se tiene una singularidad futura para $\omega \geq -1$. Entonces esta singularidad es posible no sólo para energía fantasma viscosa sino que también puede ser energía oscura viscosa e incluso materia estándar viscosa.
- Claramente estos modelos tienen expansión acelerada. Si se quiere un modelo con expansión a velocidad constante se debe imponer la restricción

$$\alpha = \frac{(1+3\omega)}{3\sqrt{3}} \tag{41}$$

- La evolución de las densidades de los fluidos ahora dependen del valor del parámetro α, sin embargo se reproducen los casos no viscosos vistos anteriormente.

Para $\omega < -1$ y la condición $\sqrt{3}\alpha > \omega + 1$, se tiene por ejemplo

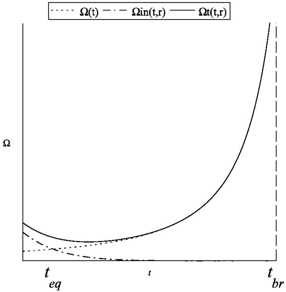

Figure: $\omega_r < -1$

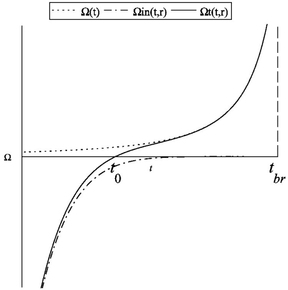

Figure: $\omega_r > 0$